



1 – Donnée

Soit x et y deux inconnues réelles liées entre elles par deux relations linéaires du premier ordre :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 & (1) \\ -4x + 3y = 7 & (2) \end{cases}$$

Résoudre le système d'équations consiste à déterminer les valeurs de x et y qui le vérifient. Plusieurs techniques sont possibles, toutes équivalentes bien entendu.

2 – Technique dite « par substitution »

Méthode : On exprime une des deux inconnues en fonction de l'autre à l'aide d'une des équations, et l'on substitue le résultat obtenu dans l'équation restante.

$$(1) \rightarrow x = \frac{1+y}{2} \quad (2) \rightarrow -4 \times \frac{1+y}{2} + 3y = 7 \Leftrightarrow -2 - 2y + 3y = 7 \Leftrightarrow y = 9$$

$$\text{On recherche ensuite } x : x = \frac{1+y}{2} = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 9 \end{cases}$$

3 – Technique dite « par identification »

Méthode : On exprime une inconnue en fonction de l'autre à l'aide des deux équations, et on identifie les membres de droite.

$$(1) \rightarrow x = \frac{1+y}{2} \quad \text{et} \quad (2) \rightarrow x = \frac{3y-7}{4}$$

Par identification, on a :

$$\frac{1+y}{2} = \frac{3y-7}{4} \Leftrightarrow 4 \cdot (1+y) = 2 \cdot (3y-7) \Leftrightarrow 4 + 4y = 6y - 14 \Leftrightarrow 4y - 6y = -14 - 4$$

$$\Leftrightarrow -2y = -18 \Leftrightarrow y = \frac{-18}{-2} = 9 ; \text{trouver } x \text{ est ensuite immédiat.}$$

4 – Technique dite « par combinaison linéaire »

Méthode : On multiplie l'une ou les deux équations par des nombres convenablement choisis de manière à ce que l'une des inconnues disparaisse par addition membre à membre.

On peut par exemple faire $3 \times$ l'équation (1) + $1 \times$ l'équation (2) ; ceci va éliminer l'inconnue y :

$$3 \times (1) \rightarrow 6x - 3y = 3 \quad \text{et} \quad 1 \times (2) \rightarrow -4x + 3y = 7$$

$$3 \times (1) + 1 \times (2) \rightarrow (6x - 3y) + (-4x + 3y) = 3 + 7 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = 5$$

Trouver y est ensuite immédiat.